

中國古代的計算技術

夏 培 肅

中國科學院
計算技術研究所

一九九四年十一月

中華民族是一個有幾千年燦爛文化的民族。中國古代有很多發明創造。除了指南針、造紙、火藥、印刷術四大發明以外，在計算技術方面也有輝煌的成就。現在就以下四種發明做一些介紹：

1. 十進制記數系統
2. 籌算
3. 珠算
4. 二進制位 (bit)

1. 十進制記數系統

中國自從有文字記載以來就使用十進制記數法。在河南省安陽出土的殷墟甲骨文記錄了商代（公元前十六世紀至公元前十一世紀）的文化。

1 - 9 的表示符號為：

1	一
2	二
3	三
4	四
5	五
6	六 七 八
7	九
8	十
9	十一

①

另有四個符號表示十、百、千、萬的位值：

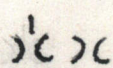
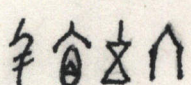
10	100	1000	10000
	百 百 百	千	萬 萬

它們和表示 1 - 9 的符號組合起來可以表示十萬以內的自然數。

12	𠄎	4000	𠄎
30	𠄎	5000	𠄎
50	𠄎	8000	𠄎
60	𠄎	30000	𠄎
300	𠄎	(甲骨文中最大的數)	
500	𠄎	88	𠄎 𠄎
600	𠄎	2656	𠄎 𠄎 𠄎 𠄎
800	𠄎	209	𠄎 𠄎 𠄎
900	𠄎	“𠄎”或“𠄎”表示“又”	

甲骨文的數字是象形文字。古希臘、羅馬用拼音字母表示數字。


羅馬數字：


1	I	2	II
5	V	3	III
10	X	4	IV
50	L	6	VI
100	C	7	VII
500	D	8	VIII
1000	M	9	IX
88	LXXXVIII		(甲骨文)
2656	MMDCLVI		(甲骨文)


羅馬數字每升高一位，就用兩個新的字母表示，而且要用減法。羅馬數字沒有位值概念，計算很不方便。

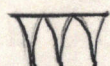
巴比倫 (Babylonia) 楔形數字: 六十進制, 計算複雜。

1 

10 


2 

20 

3 

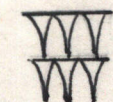
30 


4 


40 


5 


50 


6 


60 

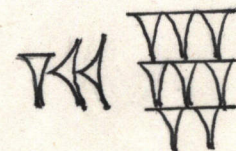
7 

70 

8 

120 

9 

88 

𠄎 𠄎 (甲骨文)

中國的甲骨文十進制記數法比古代其它國家的記數法更先進和更科學。

甲骨文到周代（公元前十一世紀到公元前五世紀）演變為金文，即刻在鐘鼎上的銘文和貨幣上的文字。最晚在春秋戰國時代（公元前八世紀到公元前三世紀），由于籌算的廣泛應用，數字演變為籌算體，一直用到宋、元時代（公元十二世紀到十四世紀）。珠算使用後，數字變為會計體，一直沿用到近代。

	鐘鼎文	貨幣文		
1	一	一		
2	二	二		
3	三	三		
4	三	三 𠄎 𠄎 𠄎 𠄎 𠄎		
5	𠄎	𠄎 𠄎 𠄎 𠄎		
6	𠄎	𠄎 𠄎 𠄎 𠄎		
7	十	十 十 十 十		
8	𠄎	𠄎 𠄎		
9	𠄎	𠄎 𠄎 𠄎		
10	十	十 十		
20	𠄎 𠄎 𠄎	𠄎		
50	𠄎		1000	f
100	𠄎	𠄎	10000	万

算籌體

會計體

橫式

縱式

1	—	丨	丨
2	==		二
3	≡		
4	≡≡		×
5	≡≡≡		𠄎
6	⊥	⊥	⊥
7	⊥	⊥	⊥
8	⊥	⊥	⊥
9	⊥	⊥	𠄎

用位置表示位值。個、百、萬……用縱式，十、千、十萬……用橫式。

6614 ⊥ ⊥ — |||

86021 ||| ⊥ = |

零用空位表示，後來用□、○表示零。

②
③

負數是中國數學家首先使用的。漢代的《九章算術》(公元前一世紀)中的正負術已闡明負數的運算規則。對於正負數的減法:

同名相除 $(+ a) - (+ b) = + (a - b)$

異名相益 $(+ a) - (- b) = + (a + b)$

正無人負之 $0 - (+ b) = - b$

負無人正之 $0 - (- b) = + b$

“相除”即相減

“相益”即相加

“無人”指零

印度在公元七世紀才提到負數，歐洲到十六世紀才有論述負數的著作。

2. 籌算

籌算亦稱籌策，所用的計算工具是算籌。算籌又稱為算子，裝算籌的容器稱為算袋或算子筒。在春秋戰國時期（公元前八世紀到公元前三世紀）算籌已被用來作為計算工具，當時的貨幣上已出現算籌體數字。

《老子》（公元前三世紀以前）

“善計者不用籌策。”

可理解為優秀的數學家是不使用算籌的。在春秋戰國時期，生產有較大的發展，需要複雜的計算，所以籌算得到比較普遍的應用。

《漢書·律歷志》(公元 178 年) 記載的算籌是直徑為一分 (0.23cm) 長度為六寸 (13.86cm) 的圓形竹棍, 271 根稱為一握, 可裝滿一個六角形的筒。

《數術記遺》(約公元 190 年) 和《隋書·律歷志》(公元六世紀) 記載的算籌長度縮短, 且把圓的改成方的或扁的。

除了竹籌之外, 還有木籌、鐵籌、玉籌、牙籌等。

負數表示法: 可用紅顏色的籌表示正數, 黑顏色的籌表示負數。

唐代 (公元 618 年至 906 年) 規定文武百官須佩帶算袋。

籌算可作加、減、乘、除、開平方、開立方、解多元一次方程、二次方程、三次方程等。

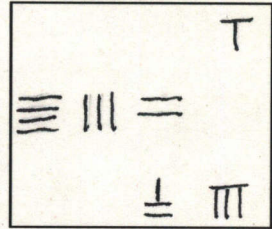
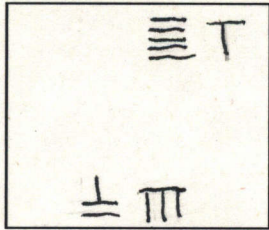
南北朝的祖冲之（公元 430 - 501 年）計算 π ，準確到小數第六位，需計算正 12288 邊形的邊長，要對九位數進行 22 次開平方，還有大量的加、減、乘、除。歐洲在 1573 年才對 π 算出同樣的精度，比中國晚了一千多年。

籌算在中國大約使用了兩千多年，曾用來計算田畝面積、倉庫容積、堤壩和河渠修建、房屋建築、天文曆法、運輸、物品交易、稅收、器具制造等等，它對中華民族古代社會的發展起了十分重要的作用。

籌算乘法舉例

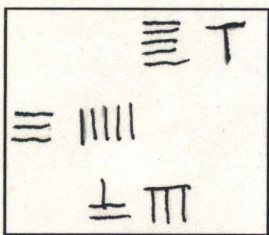
$$78 \times 56 = 4368$$

$\perp \equiv \equiv \equiv \top$ $\equiv \equiv \equiv \top$ $\equiv \equiv \equiv \perp \equiv$

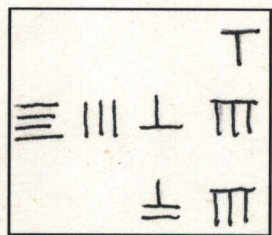


$7 \times 6 = 42$

$390 + 42 = 432$

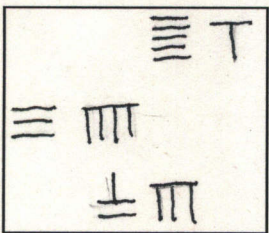


$7 \times 5 = 35$



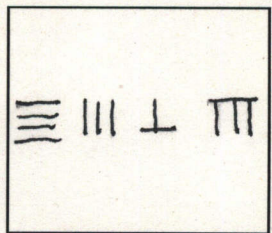
$8 \times 6 = 48$

$4320 + 48 = 4368$



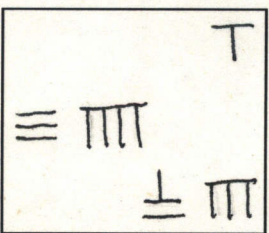
$8 \times 5 = 40$

$350 + 40 = 390$



上下兩層

均去掉



去掉 \equiv

右移一位

3. 珠算

籌算雖然很有用，其缺點也是明顯的。計算數字的位數越多，擺放算籌的面積就越大。算籌擺弄不正容易出錯。一大把算籌拿着也不方便。

從唐代（公元 618 - 906 年）中葉以後，出現了一些改進的算法，原來做乘除法時，算籌要擺成上、中、下三層，到唐代只用一層就可以了。後來又出現了一些歌訣，使做除法就像做乘法用九九表那樣方便。使用這些口訣時，數要不斷地改變，手趕不上嘴，也趕不上思考的速度，因此要求更方便更快的計算工具，於是珠算逐步替代了籌算。現代珠算的除法口訣和籌算最後的歸除歌訣是一樣的。

最早提到珠算的著作是東漢徐岳的《數術記遺》(約公元 190 年)

“珠算：控帶四時，經緯三才。”

南北朝甄鸞注釋(約公元 570 年)

“刻板為三分，其上下二分以停遊珠，中間一分以定算位，位各五珠，上一珠與下四珠色別，其上別色之珠當五，其下四珠，珠各當一，至下四珠所領，故云控帶四時。其珠遊于三方之中，故云經緯三才也。”

英國劍橋大學 Joseph Needham 教授根據此描述繪出算盤式樣。

⑥

⑦

甄鸞以後的很長一段時間內沒有發現珠算方面的著作。明代程大位的《算法統宗》(公元 1593 年)提到北宋(公元 960 - 1126 年)《謝察微算經》有算盤記載：

“中：算盤之中
上：脊梁之上，又位之左
下：脊梁之下，又位之右
脊：盤中橫梁隔木”

但該書已失傳，《算法統宗》又稱：“元豐、紹興、淳熙(公元 1078 - 1189 年)以來，刊刻算書，有盤珠集、元盤集。”這些書似乎和算盤有關，但也未流傳下來。

在元代 (公元 ¹²⁷¹~~1260~~ - 1368 年) 的文學作品中多次提到
算盤。

劉因 (公元 1248 - 1293 年) 《靜修先生文集》有五言絕句:

“算盤

不做癡商舞 休停餅氏歌
執籌仍蔽簾 辛苦欲如何”

該詩完成于公元 1279 年。

《元曲選》中的《龐居士誤放來生債》:

“閒着手, 去那算盤裏撥了我的歲數。”

陶南村《輟耕錄》(公元 1366 年):

“凡納婢僕, 初來時曰搗盤珠, 言不撥自動。稍久曰算盤珠, 言撥之則動, 既久曰佛頂珠, 言終日凝然, 雖撥亦不動。此雖俗諺, 實切事情。”

珠算在漢代（或南北朝）雖已出現，大概只用于記數或做加減法，未廣泛應用。唐代規定文武官員要佩帶裝算籌的算袋，可見唐代的主要計算工具仍然是算籌。珠算大概到宋代已使用，到元代已普及，因元代的文學作品中已提到。但在宋、元時期，算籌仍在使用。《輟耕錄》中有籌算記載。元代施耐菴《水滸》：

“蔣敬精通書算，……因此人都喚他做神算子。”“吳用取出一把鐵算子來，搭了一回，拿起算子一拍。”

明代（公元 1368 - 1644 年）有不少珠算專著，珠算完全代替了籌算。從珠算出現到替代籌算，歷時七百余年。

⑥

⑦

⑧

北京歷史博物館
象牙算盤

4. 二進制位 (bit)

二進制位的概念起源于中國。中國在遠古時代就有陰和陽的概念。《易經繫辭》(約公元前三世紀初)

“一陰一陽之謂道”

可理解為宇宙間只有陰和陽兩種基本因素在起作用。

表示陰和陽的符號稱為“爻”

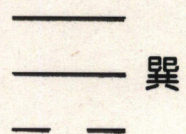
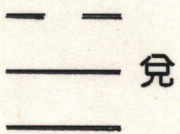
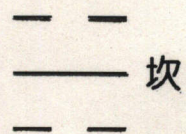
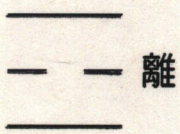
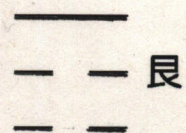
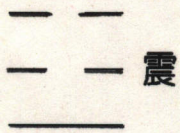
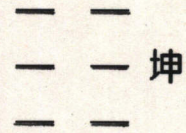
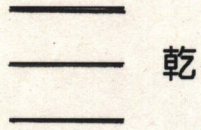
陰爻 — —

陽爻 ———

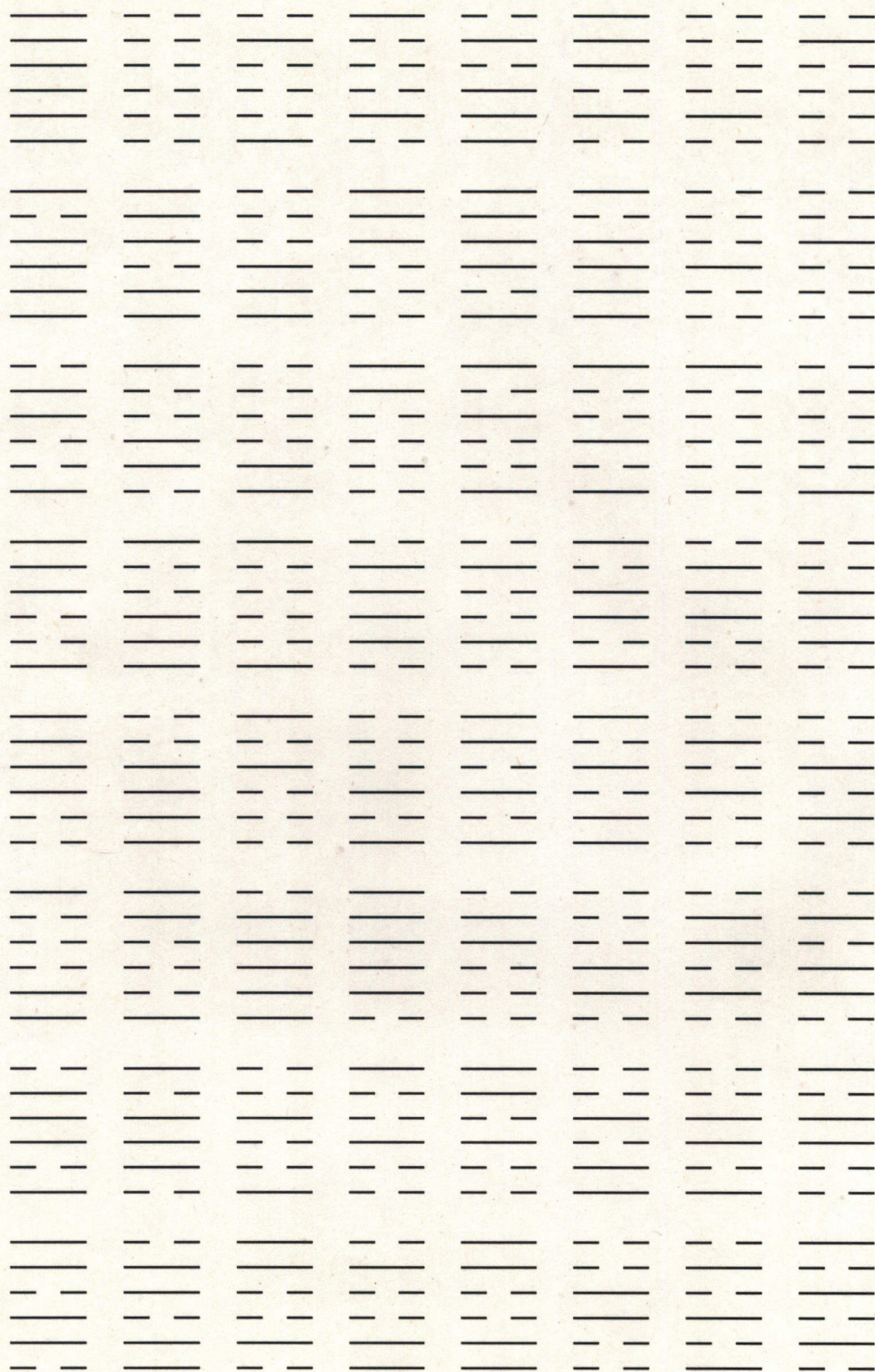
所以爻是一個只有兩個元素的集合。爻就是一個二進制位 (bit)。

易經中的八卦是三個爻的集合，六十四卦是六個爻的集合。

八 卦



六十四卦



八卦究竟始于何時？歷史學家認為八卦是結繩記事以後的一種記事符號。每一卦代表當作同一屬性的若干事物，例如：

乾表示：天、父、頭、龍、君、南方……

坤表示：地、母、腹、牛、民、北方……

相傳八卦為伏羲所作。伏羲在黃帝以前，當時還沒有文字和數字。《易經繫辭》（約公元前三世紀初）“古者包犧氏之王天下也，仰則觀象於天，俯則觀法於地，觀鳥獸之文，與地之宜，近取諸身，遠取之物，于是始作八卦，以通神明之德，以類萬物之情。”

所以八卦是遠古時代反映自然狀況的一種符號系統。

德國數學家 Leibniz 于 1679 年發表了關於二進制數的論文，現在認為二進制數是 Leibniz 首先提出的，但 Leibniz 研究易經後，指出若令

— — (陰爻) 為 0

—— (陽爻) 為 1

則八卦和六十四卦分別表示 0 到 7 和 0 到 63 的全部二進制數。

Leibniz 對八卦很推崇，他的文章中說道：“Des Caractères dont Fohi, Fondateur de l'Empire Chinois, s'est servi dans ses Ecrits, et de l'Arithmétique Binaire” 中華帝國的奠基者伏羲氏在其推演的八卦中使用了二進制算術。

也許有人認為伏羲作八卦近于神話，而且八卦後來又用于占卜，所以八卦不是科學。實際上，Leibniz 在用 0 和 1 表示二進制數時是和宗教聯系在一起的。他說：

“God made everything from nothing, and that there were only two first principles, God and nothing.”

1	God
0	nothing

組成八卦的爻的哲學基礎是陰陽。

— —	陰
——	陽

爻沒有和上帝聯系在一起，所以爻更為科學。在大陸會有人建議將bit翻譯為“爻”。

綜上所述，可得結論：二進制的位是中國人首先提出的，而用“0”和“1”表示二進制的兩個值則是 Leibniz 首先使用的。